

Vektorprodukt

Spickzettel Aufgaben Lösungen **PLUS** Lernvideos

Skalarprodukt, Orthogonalität

Das **Skalarprodukt** ist eine reelle Zahl, die zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} zugeordnet wird:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} heißen **orthogonal** (stehen senkrecht aufeinander), wenn ihr Skalarprodukt Null ist:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

Rechenregeln

- $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$
- $r \cdot \vec{a} \circ \vec{b} = r \cdot (\vec{a} \circ \vec{b})$
- $\vec{c} \circ (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{c} \circ \vec{a} + \vec{c} \circ \vec{b}$

Beispiel

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 + 4 + 6 = 12$$

Kreuzprodukt

Mit dem **Kreuzprodukt** bzw. Vektorprodukt zweier Vektoren erhältst du einen Vektor, der orthogonal zu beiden Vektoren ist:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

Beispiel

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 \\ 3 \cdot 6 - 1 \cdot 5 \\ 1 \cdot 4 - 2 \cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 13 \\ -8 \end{pmatrix}$$